

PHA 3307
Hidrologia Aplicada

Universidade de São Paulo



Escola Politécnica

Depart. de Engenharia Hidráulica e Ambiental

Hidrograma Unitário

Aula 21

Prof. Dr. Arisvaldo Vieira Mélo Jr.
Prof. Dr. Joaquin Bonnacarrere

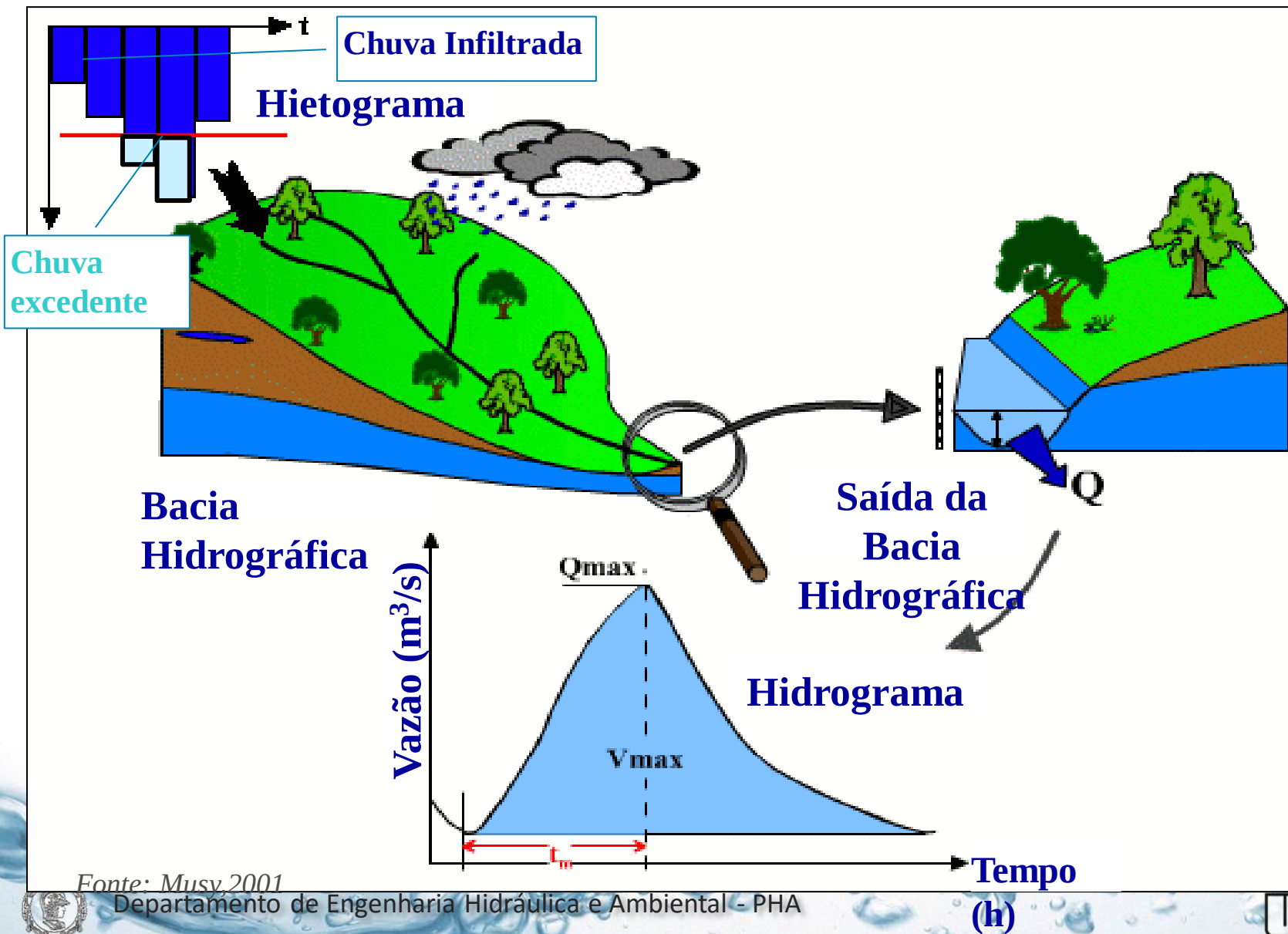


Objetivos da Aula

1. Conhecer o conceito de hidrograma unitário (HU).
2. Conhecer os princípios do HU e as equações de convolução.
3. Aprender a obter um HU, a partir de um evento de cheia (hidrograma e hietograma dados).
4. Conhecer as propriedades do HU.
5. Conhecer o conceito e a aplicação da curva S.
6. Conhecer a fórmula racional.
7. Aplicar os conceitos a um caso prático.

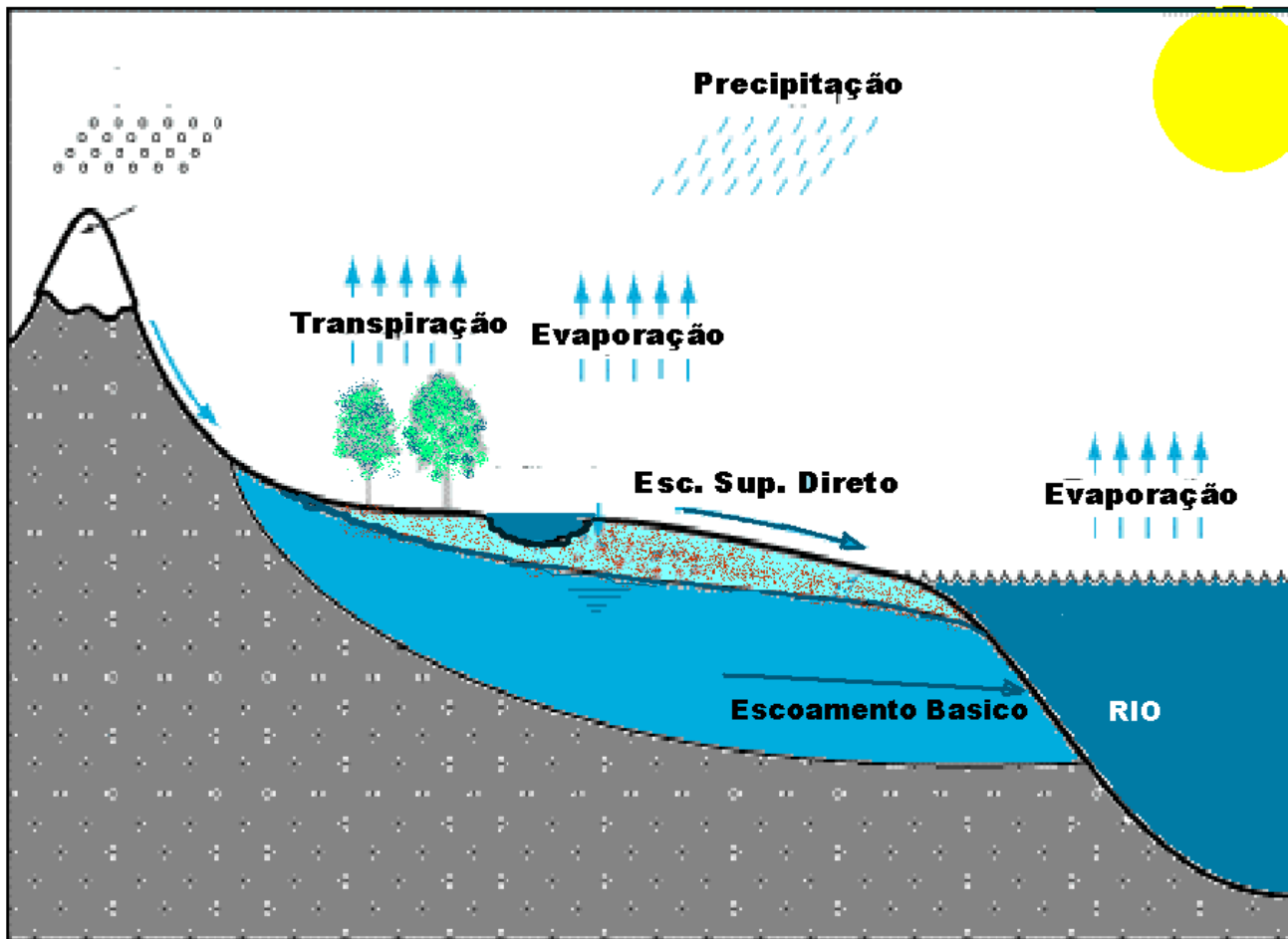


Resposta de uma Bacia Hidrográfica

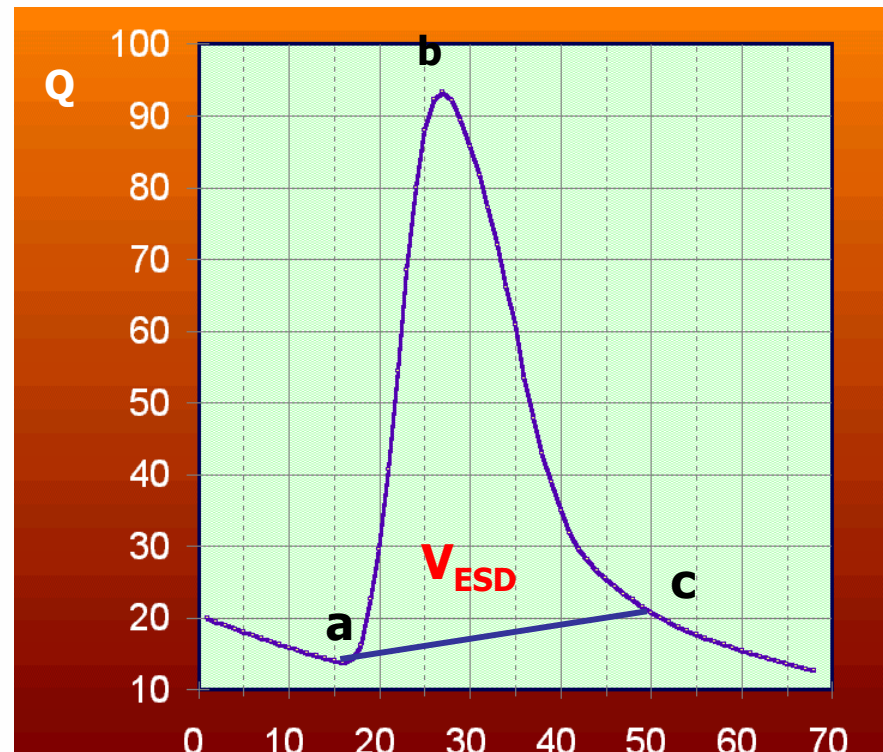
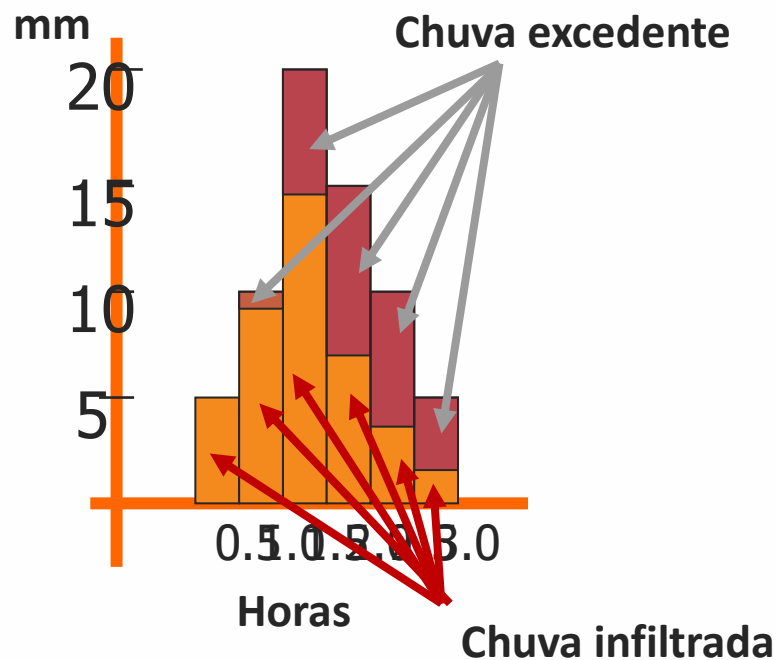


Participação do Escoamento Superficial Direto no Ciclo Hidrológico

Durante as grandes chuvas intensas, o volume de escoamento superficial direto é preponderante sobre o escoamento básico.



O Hidrograma Unitário



- Para simplificar a análise e os cálculos, admite-se que há uma relação linear entre a chuva efetiva e a vazão do escoamento superficial direto

Hidrograma Unitário



Definição de Hidrograma Unitário

- O Hidrograma Unitário é um hidrograma de escoamento superficial direto, resultante de uma chuva efetiva com intensidade e duração unitárias
- A definição de chuva unitária é arbitrária, entretanto para efeito de comparação entre HU's, costuma-se manter um padrão. Por exemplo: uma chuva com 1 mm e 1 hora de duração pode ser adotada como chuva unitária.



Conceitos e Premissas

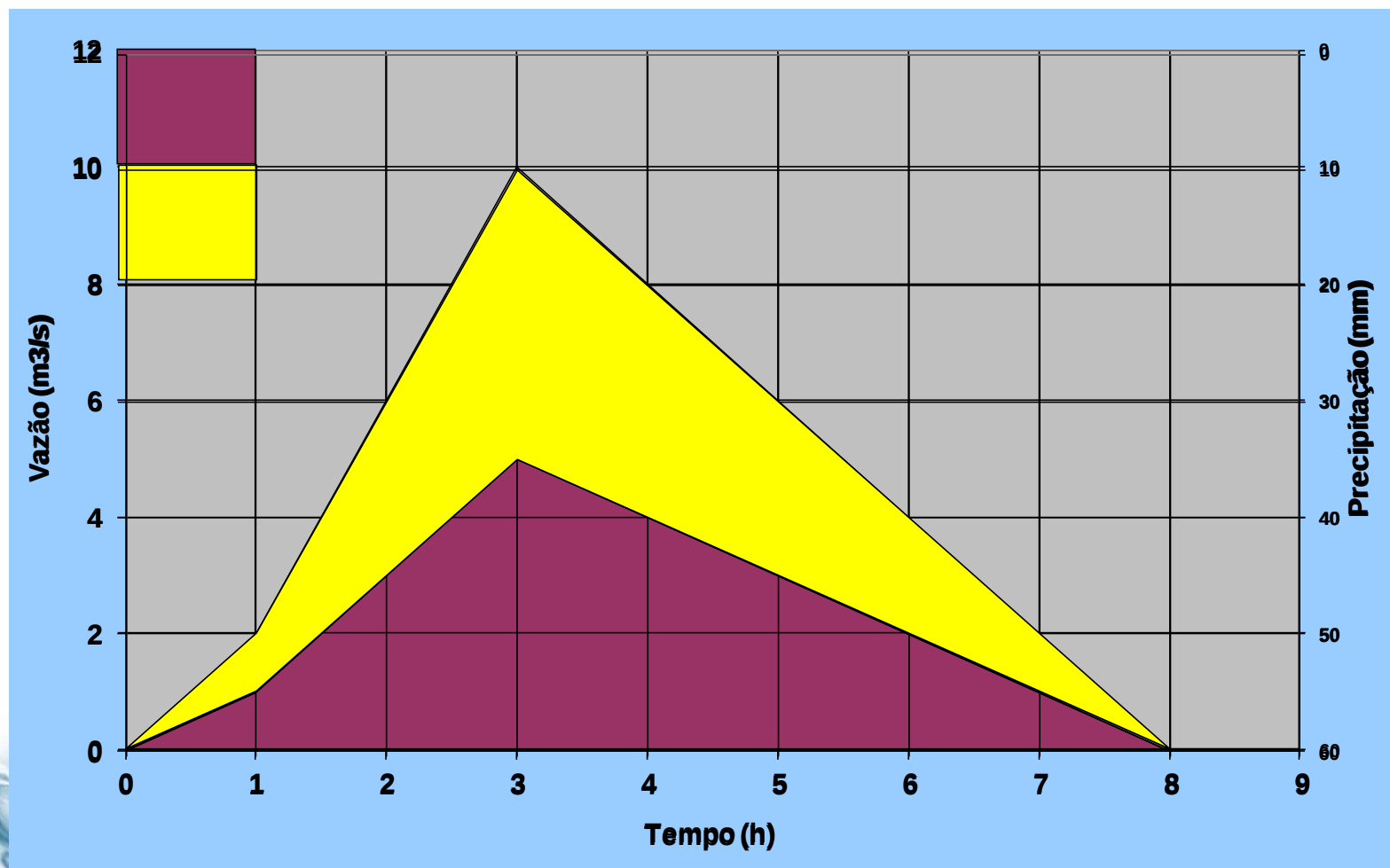
- Admite-se que essa chuva seja uniformemente distribuída sobre a bacia
- A área sob esta curva corresponde a um volume unitário de escoamento superficial direto
- A definição do HU está baseada em três princípios básicos



Princípios do HU

1º Princípio: Constância do Tempo de Base

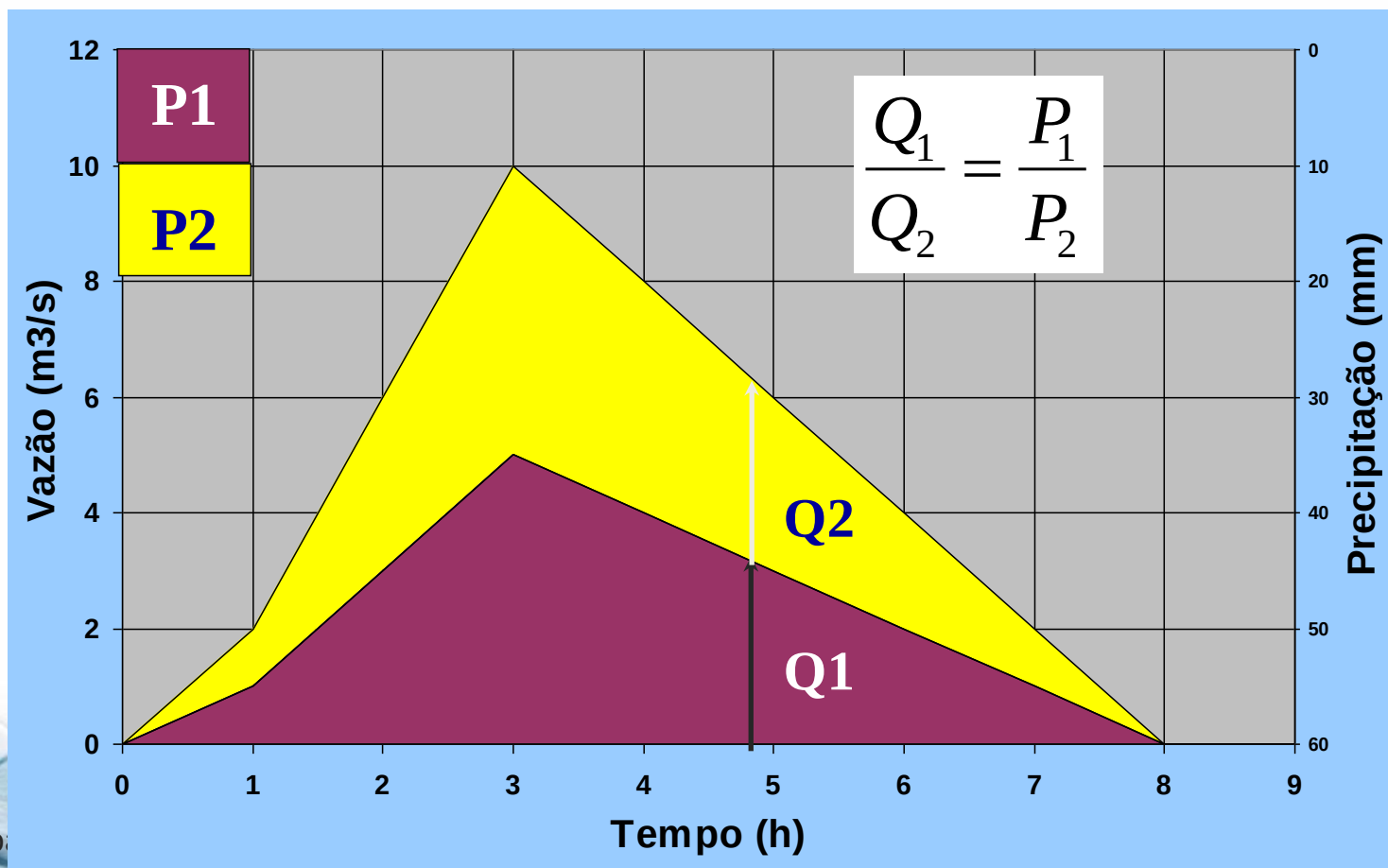
Para chuvas efetivas de intensidade constante e de mesma duração, os tempos de escoamento superficial direto são iguais



Princípios do HU

2º Princípio: Proporcionalidade das Descargas

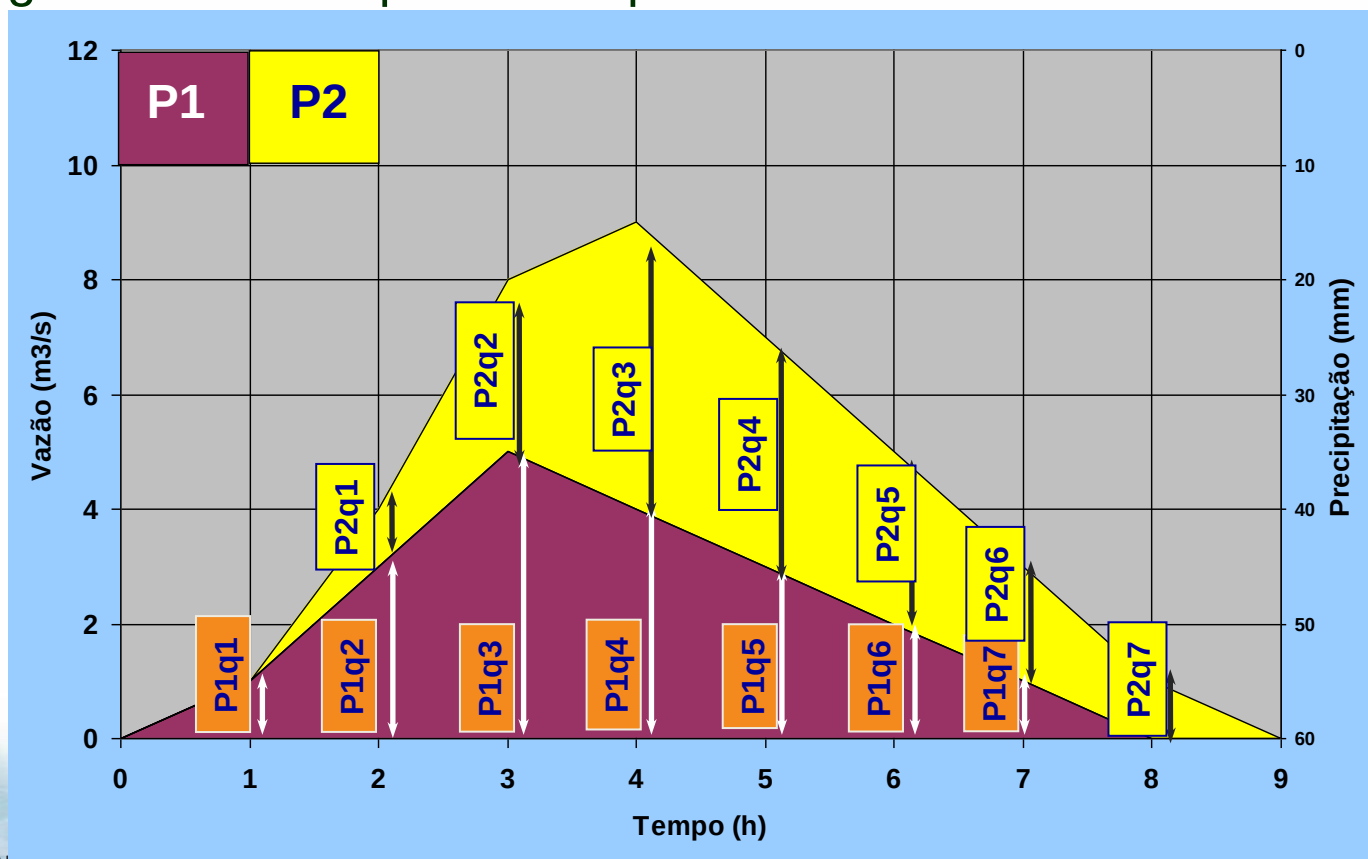
Chuvas efetivas de mesma duração, porém com volumes de escoamento superficial diferentes, irão produzir em tempos correspondentes, volumes de ESD proporcionais às ordenadas do hidrograma e às chuvas excedentes



Princípios do HU

3º Princípio: Princípio da Aditividade

A duração do escoamento superficial de uma determinada chuva efetiva independe de precipitações anteriores. O hidrograma total referente a duas ou mais chuvas efetivas é obtido adicionando-se as ordenadas de cada um dos hidrogramas em tempos correspondentes.



Equações de Convolução

- Conhecido o H.U., é possível calcular os hidrogramas de E.S.D. resultantes de eventos complexos de chuvas:

$$Q_n = \sum_{m=1}^n P_m \cdot q_{n-m+1}$$

Q_n : vazão de E.S.D. no intervalo de tempo n (m^3/s)

P_m : chuva efetiva no intervalo de tempo m (mm)

q : vazão de E.S.D. correspondente a $P=1$ ($\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$)



Equações de Convolução

- Exemplo com chuva efetiva ocorrendo em 3 intervalos de tempo ($P_{1..3}$) e HU distribuído por 9 intervalos de tempo ($q_{1..9}$)

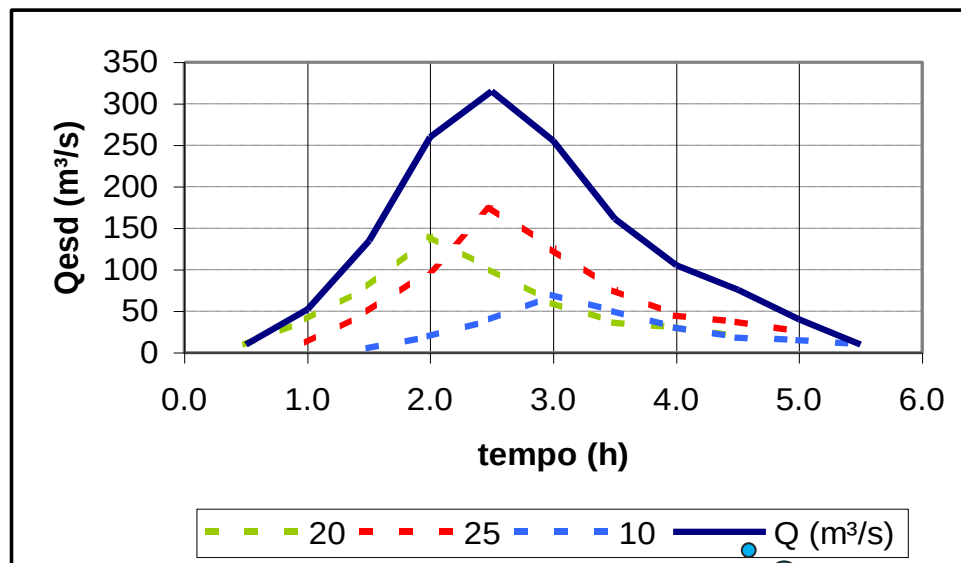
Hidrograma Resultante	Hidrograma da Chuva 1	Hidrograma da Chuva 2	Hidrograma da Chuva 3	Total
Q_1	$P_1 * q_1$			$P_1 * q_1$
Q_2	$P_1 * q_2$	$P_2 * q_1$		$P_1 * q_2 + P_2 * q_1$
Q_3	$P_1 * q_3$	$P_2 * q_2$	$P_3 * q_1$	$P_1 * q_3 + P_2 * q_2 + P_3 * q_1$
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
Q_9	$P_1 * q_9$	$P_2 * q_8$	$P_3 * q_7$	$P_1 * q_9 + P_2 * q_8 + P_3 * q_7$
Q_{10}		$P_2 * q_9$	$P_3 * q_8$	$P_2 * q_9 + P_3 * q_8$
Q_{11}			$P_3 * q_9$	$P_3 * q_9$



Exemplo de Aplicação do HU

Hidrograma Unitário:

intervalo de tempo	t (h)	q (m³/s/mm)
1	0.5	0.5
2	1.0	2.0
3	1.5	4.0
4	2.0	7.0
5	2.5	5.0
6	3.0	3.0
7	3.5	1.8
8	4.0	1.5
9	4.5	1.0



Cálculo da Qesd:

		Hidrogramas para cada P (Qn)			total:
		t (h): P (mm):	0.5 20	1.0 25	1.5 10
i	t(h)				Q (m³/s)
1	0.5		10		10
2	1.0		40	13	53
3	1.5		80	50	135
4	2.0		140	100	260
5	2.5		100	175	315
6	3.0		60	125	255
7	3.5		36	75	161
8	4.0		30	45	105
9	4.5		20	38	76
10	5.0			25	40
11	5.5				10

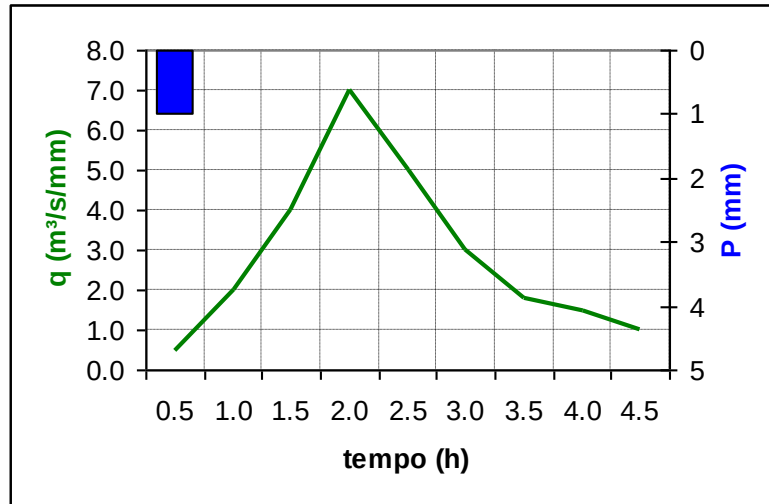
qual a área dessa bacia?

$$\frac{Q \left(\frac{m^3}{s} \right) \cdot \text{Tempo base}(h) \cdot 3600}{\text{Precipitação unitária (mm)} \cdot 10^{-3}} = \text{Área bacia (m}^2\text{)}$$

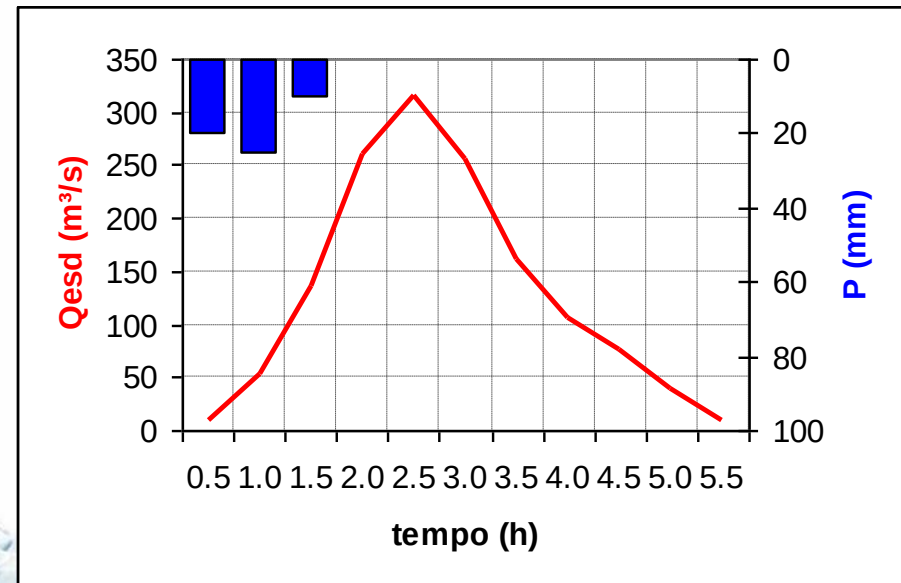
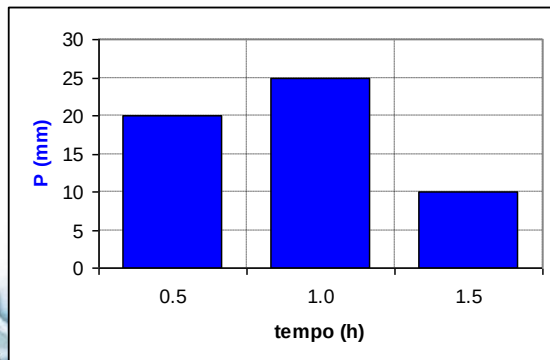


Cálculo da Qesd a partir da Chuva Excedente e do HU

- já vimos como calcular a Qesd a partir da chuva efetiva e do hidrograma unitário...

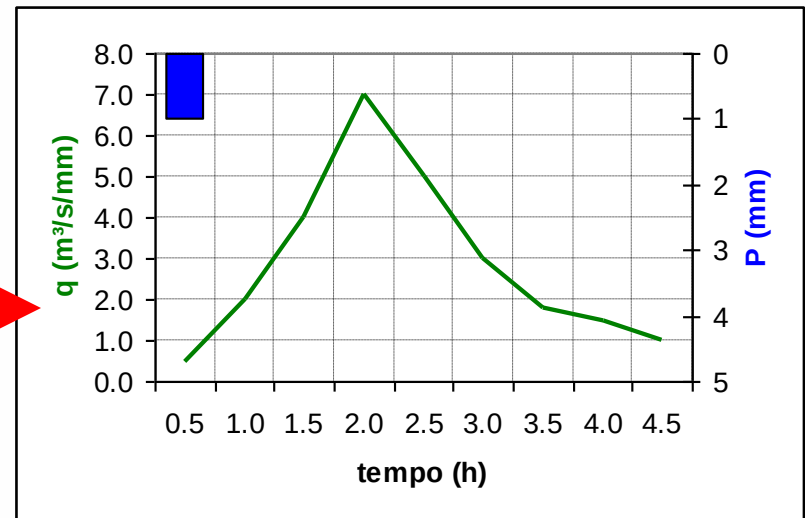
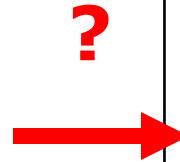
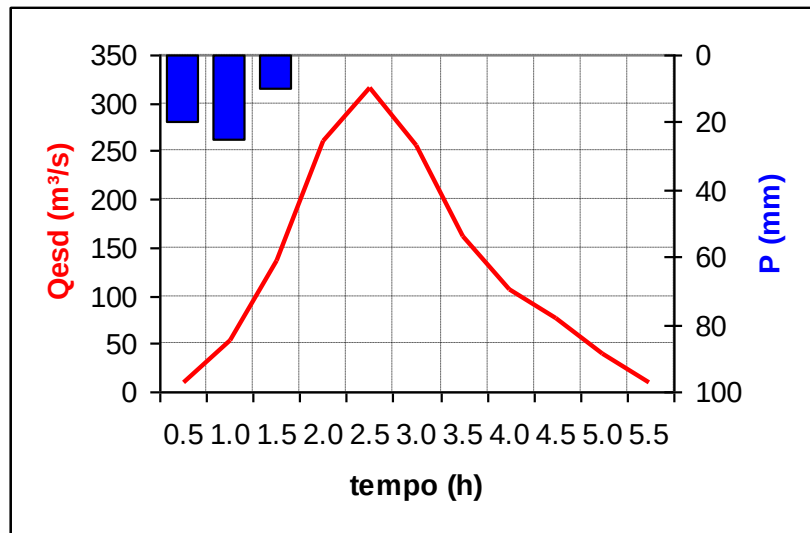


X



Obtenção do HU a partir de hidrograma observado

- mas como obter o H.U. a partir de hidrogramas de cheias observadas???



Solução das Equações de Convolução

É um sistema de equações lineares:

- por substituição direta do primeiro ao último intervalo de tempo:

$$q_1 = Q_1 / P_1$$

$$q_2 = (Q_2 - P_2 \cdot q_1) / P_1$$

(...)

- por substituição direta do último ao primeiro intervalo de tempo:

$$q_k = Q_n / P_m$$

$$q_{k-1} = (Q_{n-1} - P_{m-1} \cdot q_k) / P_m$$

(...)



Solução das Equações de Convolução

- por inversão de matriz:

$$P^T.P.q = P^T.Q$$

$$q = (P^T.P)^{-1}.P^T.Q$$

- mínimos quadrados: obtém-se os valores de q que resultem uma diferença mínima entre os valores observados e calculados.



Solução das Equações de Convolução

Utilizando o Solver do Excel

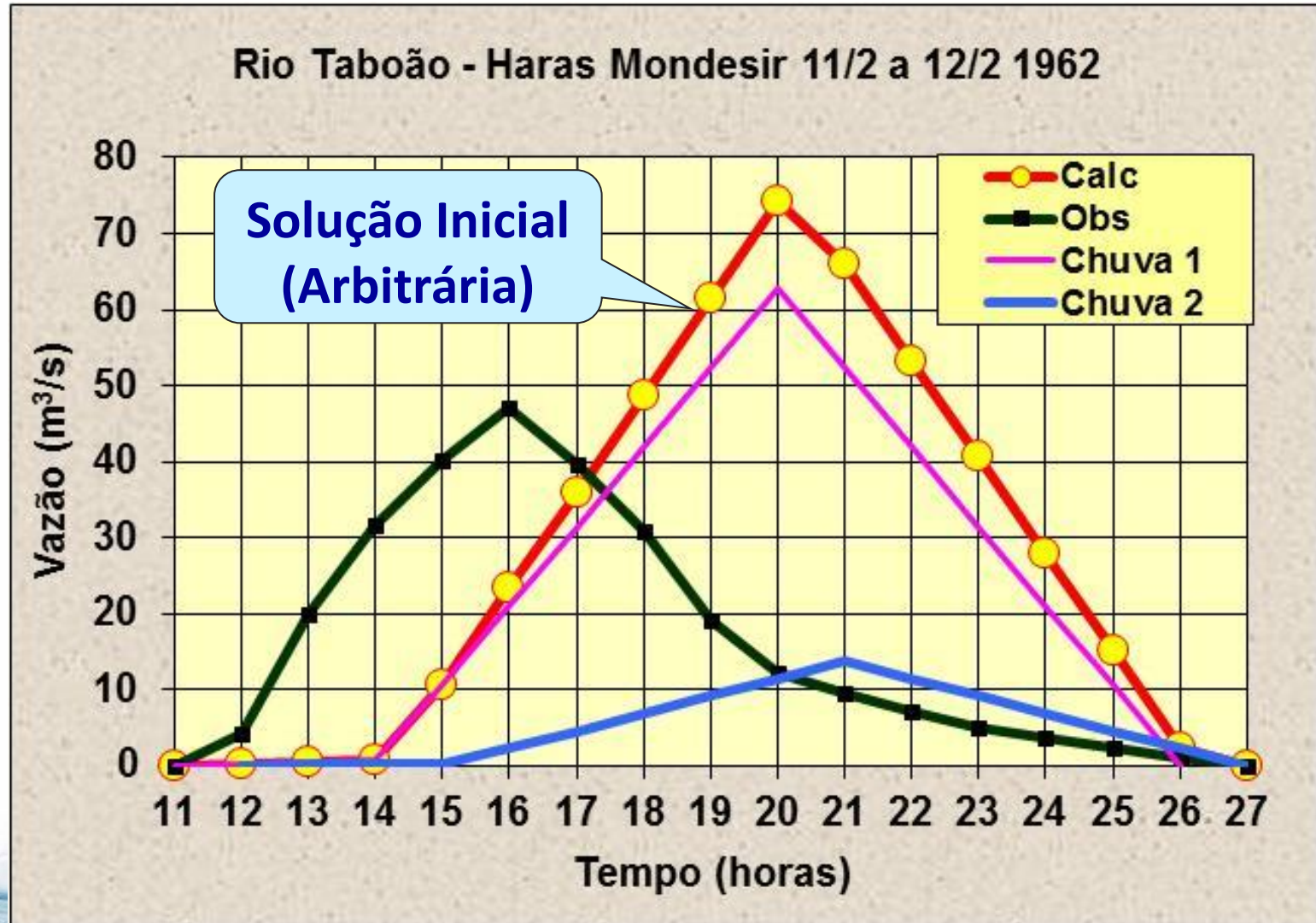
	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Q	Qbas	Qesd	i1*HU	i2*HU	Hid Calc	Dif^2			
2	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)							
3	4	4,00							i1	10,48
4	4,22	4,22							i2	2,28
5	4,67	4,67	0,00	0,00		0,00	0,00		q1	0,00
6	9	4,94	4,06	0,21	0,00	0,21	14,82		q2	0,02
7	25	5,21	19,79	0,42	0,05	0,46	373,41		q3	0,04
8	37,2	5,48	31,72	0,63	0,09	0,72	960,88		q4	0,06
9	45,8	5,75	40,05	10,48	0,14	10,62	866,09		q5	1,00
10	53,1	6,02	47,08	20,96	2,28	23,24	568,02		q6	2,00
11	46	6,29	39,71	31,44	4,56	36,01	13,69		q7	3,00
12	37,4	6,56	30,84	41,92	6,84	48,77	321,59		q8	4,00
13	26	6,84	19,17	52,41	9,12	61,53	1794,89		q9	5,00
14	19,2	7,11	12,09	62,89	11,41	74,29	3868,74		q10	6,00
15	16,8	7,38	9,42	52,41					q11	5,00
16	14,8	7,65	7,15	41,92					q12	4,00
17	12,8	7,92	4,88	31,44					q13	3,00
18	11,8	8,19	3,61	20,96					q14	2,00
19	10,8	8,46	2,34	10,48					q15	1,00
20	9,8	8,73	1,07	0,00	2,28	2,28	1,47		q16	0,00
21	9	9,00	0,00		0,00	0,00	0,00	Soma=		1,69
22	8,2	8,20								
23	7,8	7,80								
24										
25		Soma	272,98	378,58	82,40	460,98	16147,68			37,81

Solução Inicial
(Arbitrária)



Solução das Equações de Convolução

Utilizando o Solver do Excel



Solução das Equações de Convolução

Utilizando o Solver do Excel

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Q	Qbas	Qesd	i1*HU	i2*HU	Hid Calc	Dif^2			
2	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)							
3	4	4,00							i1	10,48
4	4,22	4,22							i2	2,28
5	4,67	4,67	0,00	0,00		0,00	0,00		q1	0,00
6						14,82	373,41		q2	0,02
7						960,88	866,09		q3	0,04
8						568,02	13,69		q4	0,06
9						321,59	1794,89		q5	1,00
10						3868,74	3211,47		q6	2,00
11						2132,41	1273,50		q7	3,00
12						585,36	161,35		q8	4,00
13						1,47	0,00		q9	5,00
14									q10	6,00
15									q11	5,00
16									q12	4,00
17									q13	3,00
18									q14	2,00
19									q15	1,00
20									q16	0,00
21								Soma=		1,69
22										
23										
24										
25										
26										

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo: **\$I\$25**

Para: ☐ Máx. ☒ Min. ☐ Valor de:

Alterando Células Variáveis: **\$L\$6:\$L\$19**

Sujeito às Restrições:
\$L\$6:\$L\$19 >= 0

☐ Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução: GRG Não Linear

Método de Solução
Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

16147,68

37,81

Solução das Equações de Convolução

Utilizando o Solver do Excel

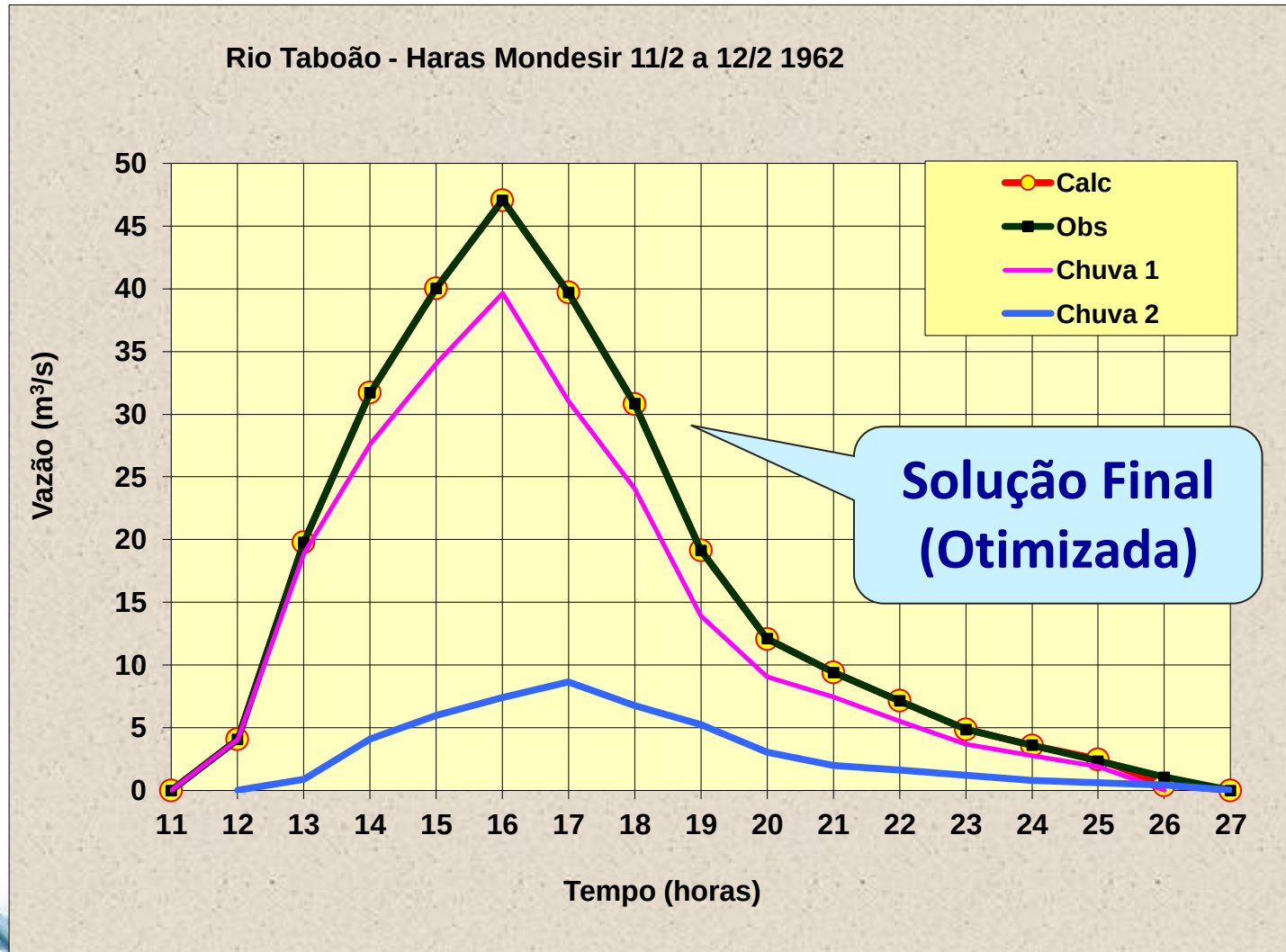
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	T	Prec	Q	Qbas	Qesd	i1*HU	i2*HU	Hid Calc	Dif^2			
2	(h)	(mm)	(m3/s)	(m3/s)	(m3/s)							
3	9	2	4	4,00							i1	10,48
4	10	4,4	4,22	4,22							i2	2,28
5	11	17,2	4,67	4,67	0,00	0,00					q1	0,00
6	12	9	9	4,94	4,06	4,06	0,00				q2	0,39
7	13	3	25	5,21	19,79	18,91	0,88				q3	1,80
8	14	1,6	37,2	5,48	31,72	27,61	4,12				q4	2,63
9	15	0,6	45,8	5,75	40,05	34,04	6,01	40,05	0,00		q5	3,25
10	16	0,6	53,1	6,02	47,08	39,67	7,41	47,08	0,00		q6	3,78
11	17	0,6	46	6,29	39,71	31,07	8,63	39,71	0,00		q7	2,96
12	18	0,6	37,4	6,56	30,84	24,07	6,76	30,83	0,00		q8	2,30
13	19	0,6	26	6,84	19,17	13,92	5,24	19,16	0,00		q9	1,33
14	20	0,6	19,2	7,11	12,09	9,06	3,03	12,09	0,00		q10	0,86
15	21	0	16,8	7,38	9,42	7,44	1,97	9,41	0,00		q11	0,71
16	22	0	14,8	7,65	7,15	5,52	1,62	7,14	0,00		q12	0,53
17	23	0	12,8	7,92	4,88	3,68	1,20	4,88	0,00		q13	0,35
18	24	0	11,8	8,19	3,61	2,77	0,80	3,58	0,00		q14	0,26
19	25	0	10,8	8,46	2,34	1,88	0,60	2,48	0,02		q15	0,18
20	26	0	9,8	8,73	1,07	0,00	0,41	0,41	0,44		q16	0,00
21	27	0	9	9,00	0,00		0,00	0,00	0,00	Soma=		1,00
22	28	0	8,2	8,20								
23	29	0	7,8	7,80								
24												
25				Soma	272,98	223,71	48,69	272,40	0,46			22,34
26												

**Solução Final
(Otimizada)**

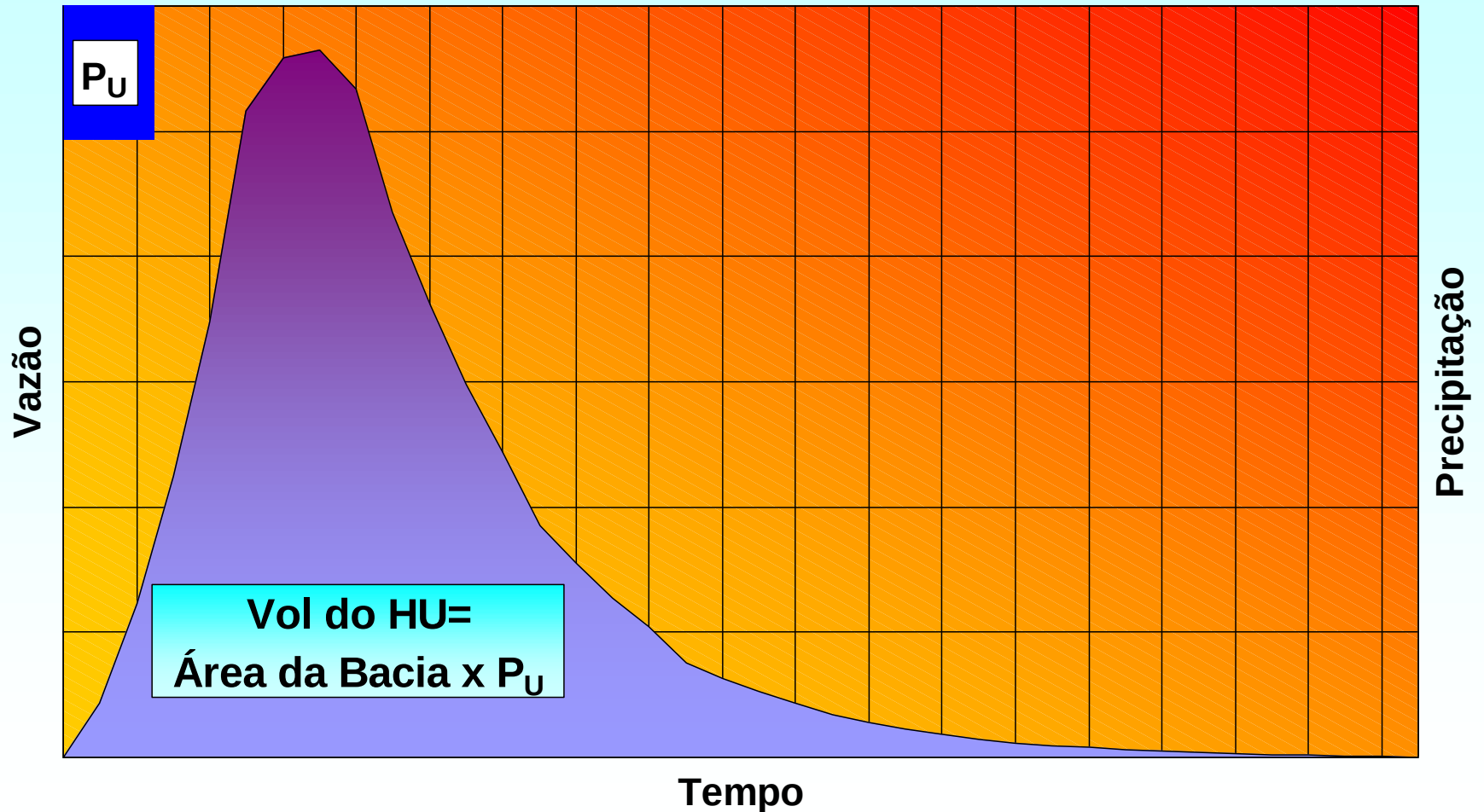


Solução das Equações de Convolução

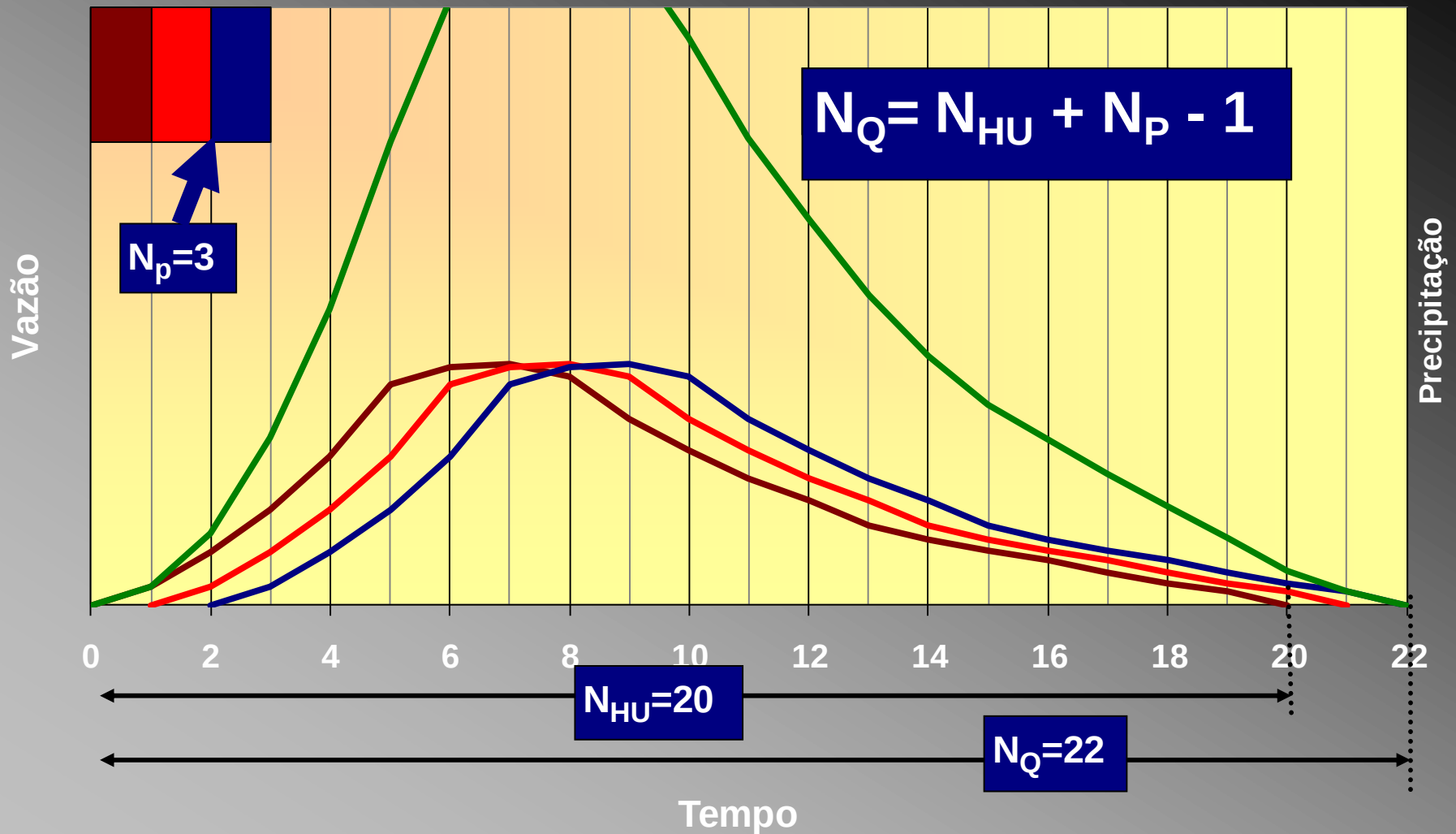
Utilizando o Solver do Excel



Propriedades do HU

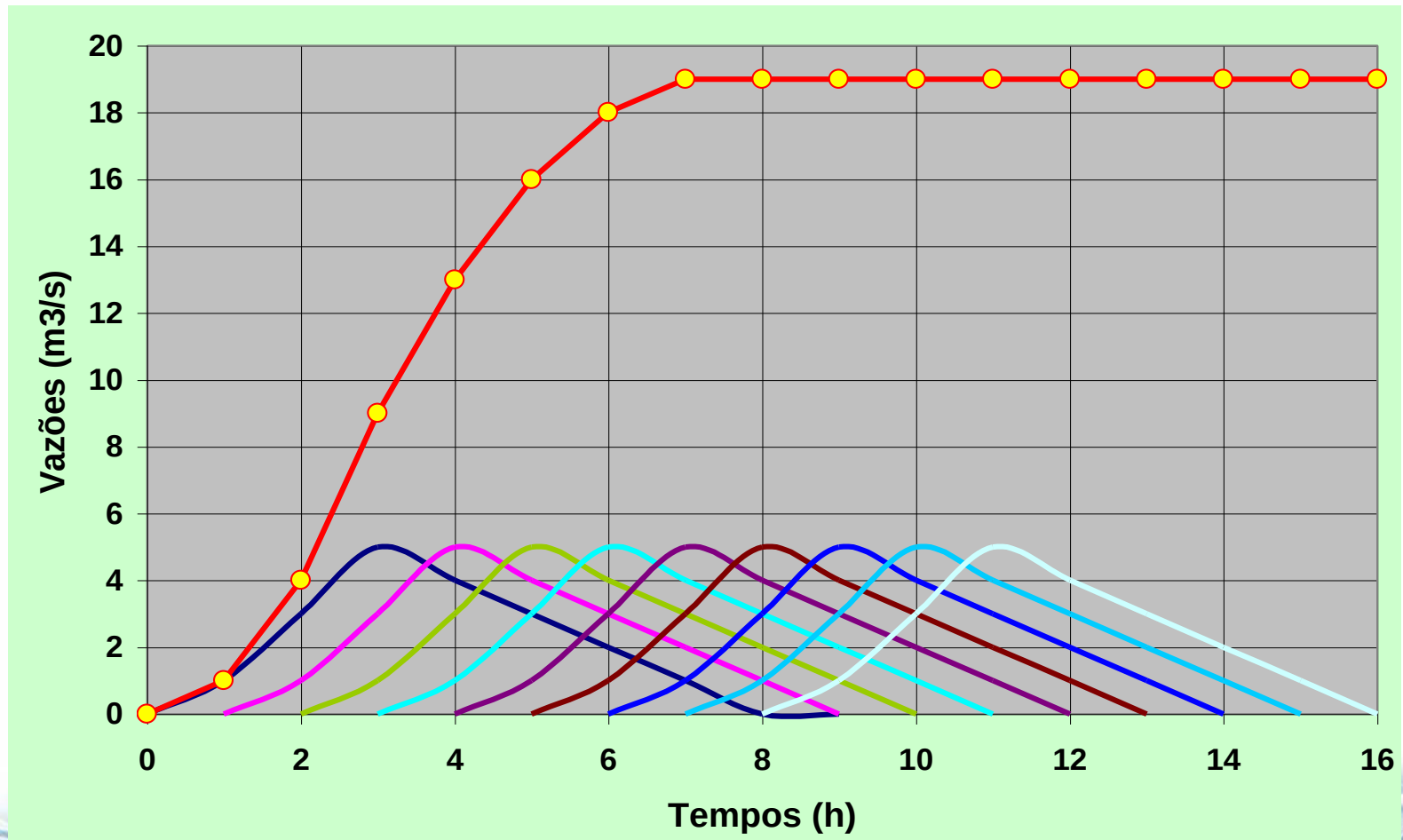


Propriedades do HU



Curva S

A curva resultante da soma infinita dos hidrogramas unitários defasados de Δt é chamada de “curva S”



Curva S

t	Q_{HU}	Soma		
t_1	q_1	q_1		
t_2	q_2	q_2	+	q_1
t_3	q_3	q_3	+	q_2 + q_1
t_4	q_4	q_4	+	q_3 + q_2 + q_1
...	...	...		
t_N	q_N	q_N	+	q_{N-1} + q_{N-2} + ... + q_1
t_{N+1}				q_N + q_{N-1} + q_{N-2} + ... + q_1



Curva S

- A vazão máxima da curva S vale, portanto:

$$S_{\max} = \sum_{i=1}^N q_i$$

mas, como o Volume do HU é igual a $P_u \cdot \text{Área da Bacia}$

e: $V(HU) = \sum_{i=1}^N q_i \cdot \Delta t_U$ Então: $S_{\max} = i_U \cdot \text{Área da Bacia}$

onde: i_U = intensidade da chuva unitária

Nota: Em projetos de drenagem de pequenas bacias (estacionamentos, microdrenagem..) utiliza-se a Fórmula Racional, que é originada deste valor $S_{\max}$

$$Q_{\max} = c \cdot i \cdot A$$

C é o coeficiente de escoamento direto, relação entre a chuva excedente e a chuva total de projeto.

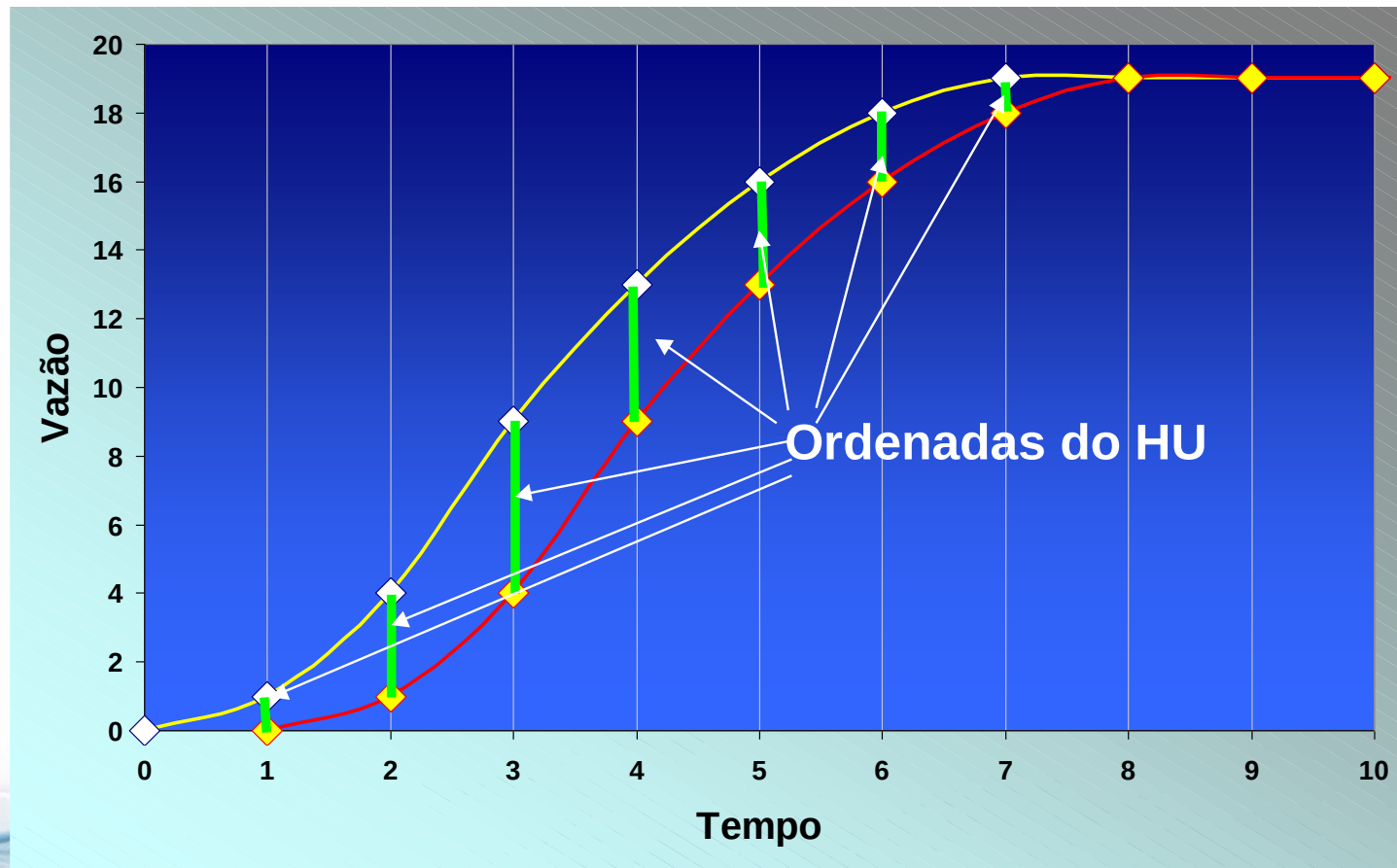
I é a intensidade da chuva de projeto.

A é a área da bacia.



Curva S

Caso se desenhe uma nova curva S defasada da primeira em Δt , obtém-se o hidrograma unitário original, pela diferença das ordenadas das curvas S.



Curva S

Para se obter um HU com duração $\Delta t'$ (diferente de Δt), deve-se proceder da seguinte forma:

- Desenha-se novamente a curva S, defasada da primeira em $\Delta t'$, e subtrai-se as ordenadas ($S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}$).
- Obtém-se assim, o hidrograma de duração $\Delta t'$ e intensidade $1/\Delta t'$. É necessário, então, transformá-lo em HU, pois o total de chuva agora é de $(1/\Delta t) \cdot \Delta t'$, diferente de 1.

$$(S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \leftrightarrow \Delta t'$$

$$q \leftrightarrow \Delta t$$

$$q = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

$$2^{\text{o}} \text{ Princípio: } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{P_1}{P_2}$$

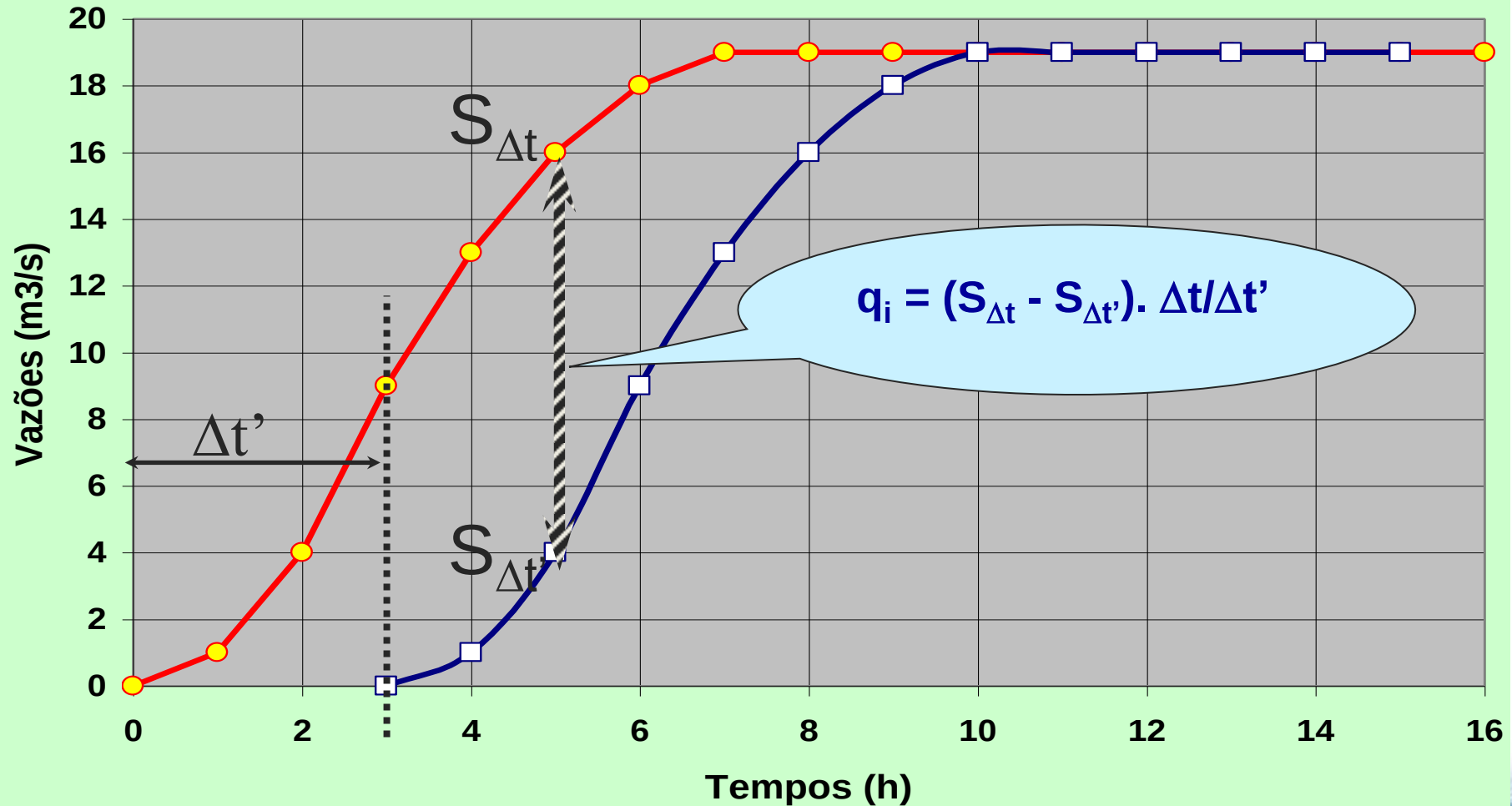
$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{P_2}{P_1}$$

$$q_i = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \cdot \frac{i_{\text{nova}}}{i_{\text{original}}}$$

$$q_i = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \cdot \frac{\frac{1}{\Delta t'}}{\frac{1}{\Delta t}}$$



Curva S



Exercício

[1] Determine o hidrograma unitário para uma chuva unitária com intensidade de 1mm/h e duração de uma hora, para o evento fornecido.

[2] Calcule o hidrograma de escoamento superficial direto para esta bacia, resultante de uma chuva intensa com 5 horas de duração e período de retorno de 100 anos. Adote que o valor de CN seja 75 .
Adote o método dos blocos alternados para obter o hietograma.

Equação IDF :

$$i = \frac{57,71 * T^{0,172}}{(t + 22)^{1,025}}$$

Onde: i = intensidade em mm/min
 T = período de retorno em anos
 t = duração da chuva em min

[3] Obtenha a curva S e determine o hidrograma unitário para uma chuva unitária com intensidade de 0.5 mm/hora e duração de 2 horas.

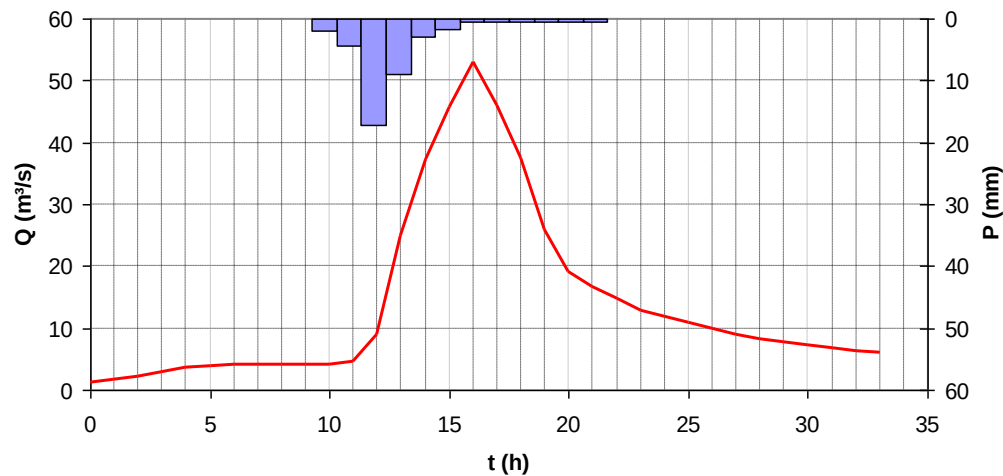
[4] Compare os tempos de base, os volumes e as vazões máximas dos hidrogramas unitários das questões 1 e 3.

[5] Indique um roteiro de cálculo de um hidrograma de projeto, com período de retorno de 10000 anos.



Exercício

Rib. Taboão - Haras Mondesir (área = 77 Km²)



T (h)	Prec (mm)	Q (m³/s)
0	0	1.2
1	0	1.8
2	0	2.2
3	0	2.8
4	0	3.6
5	0	3.8
6	0	4
7	0	4
8	0	4
9	2	4
10	4.4	4.22
11	17.2	4.67
12	9	9
13	3	25
14	1.6	37.2
15	0.6	45.8
16	0.6	53.1
17	0.6	46
18	0.6	37.4
19	0.6	26
20	0.6	19.2
21	0	16.8
22	0	14.8
23	0	12.8
24	0	11.8
25	0	10.8
26	0	9.8
27	0	9
28	0	8.2
29	0	7.8
30	0	7.2
31	0	6.8
32	0	6.4
33	0	6



Aula 19

Fim

